

数论函数方程 $2\varphi(n) = \varphi_2(n) + S(n^{25})$ 的正整数解*

李昌吉

(阿坝师范学院,四川 汶川 623002)

摘 要: $\varphi_e(n)$ 为广义 Euler 函数, $S(n)$ 为 Smarandache 函数. 研究了数论函数方程 $2\varphi(n) = \varphi_2(n) + S(n^{25})$ 的正整数解问题. 借助广义 Euler 函数 $\varphi_2(n)$ 和 $S(n)$ 函数的性质, 利用初等方法给出数论函数方程 $2\varphi(n) = \varphi_2(n) + S(n^{25})$ 的全部 3 个正整数解 $n = 867, 1156, 1734$.

关键词: 广义 Euler 函数; Smarandache 函数; 不定方程; 正整数解

中图分类号: O156 **文献标识码:** A

1 引 言

数论函数性质及其相关不定方程研究是数论研究中一个引人关注的研究领域. 1993 年, 数论学家 F. Smarandache 在《Only Problems, not solution》一书中定义了 Smarandache 函数 $S(n)$. 函数 $S(n) = \min\{m \in \mathbb{Z}^+ : n | m!\}$ 表示使 $n | m!$ 成立的最小正整数 m . 很多学者对 Smarandache 函数的性质及应用进行了深入研究, 取得了一些重要的结果, 如文献[1~6]. Euler 函数 $\varphi(n)$ 是数论中重要的函数之一, 其定义为序列 $0, 1, 2, \dots, n-1$ 中与 n 互质的数的个数. 广义欧拉函数 $\varphi_e(n)$ 是蔡天新等人引入的函数, 在文献[7]中定义 $\varphi_e(n)$ 为序列 $1, 2, \dots, \left[\frac{n}{e}\right]$ 中与 n 互质的数的个数. 当 $e=2, n>2$ 时, 易得 $\varphi_2(n) = \frac{1}{2}\varphi(n)$. 对于含有广义欧拉函数与 Smarandache 函数的数论方程

$$\varphi_2(n) = S(n^r) \quad (1)$$

前人做了很多研究. 如文献[8]研究了 $r=8$ 时方程的可解性问题, 文献[9]研究了 $r=10$ 时方程的可解性问题, 文献[10]研究了 $r=12$ 时方程的可解性问题, 文献[11]研究了 $r=22$ 时方程的可解性问题, 文献[12]研究了 $r=16$ 时方程的可解性问题. 本文将讨论 $r=25$ 时, 含有欧拉函数、广义欧拉函数与 Smarandache 函数的数论方程

$$2\varphi(n) = \varphi_2(n) + S(n^{25}) \quad (2)$$

的可解性问题, 对以往研究中的讨论对象和讨论方法做了适当调整, 借助初等方法给出了方程的全部正整数解.

2 引 理

引理 1^[13] 如果正整数 $n = \prod_{i=1}^k p_i^{a_i}$, 那么 $\varphi(n) = \prod_{i=1}^k p_i^{a_i-1}(p_i-1)$.

引理 2^[13] 如果 m 和 n 是正整数且满足 $(m, n) = 1$, 那么 $\varphi(mn) = \varphi(m)\varphi(n)$.

引理 3^[13] 设 n 是一个大于 2 的正整数, 那么 $\varphi(n)$ 是偶数.

收稿日期: 2019-09-07

* 基金项目: 四川省教育厅一般项目(18SB0006); 阿坝师范学院项目(20171602, 20170101, 201803005, ASB19-14)

作者简介: 李昌吉(1980—), 讲师, 硕士, 从事数学教育和不定方程研究. Email: abalcj@163.com

引理 4^[14] 如果正整数 $n = \prod_{i=1}^k p_i^{a_i}$, 那么 $S(n) = \max\{S(p_1^{a_1}), S(p_2^{a_2}), \dots, S(p_k^{a_k})\}$.

引理 5^[14] 对于素数 p 和正整数 k , 有 $S(p^k) \leq kp$; 如果 $k < p$, 那么 $S(p^k) = kp$.

3 定理及其证明

定理 1 方程 $2\varphi(n) = \varphi_2(n) + S(n^{25})$ 仅有正整数解 $n = 867, 1156, 1734$.

证明 易知 $n = 1, 2$ 不是方程(2)的解. 假设 $n = \prod_{i=1}^k p_i^{a_i} \geq 3$, 则由引理 4 有

$$S(n) = \max\{S(p_1^{a_1}), S(p_2^{a_2}), \dots, S(p_k^{a_k})\} = S(p^a), \quad (3)$$

其中 p 是 n 的素因子, a 是 p 在 n 中的次数.

设 $n = p^a n_1$. 易知 $(p^a, n_1) = 1$, 从而由引理 1 和引理 2 得

$$\varphi(n) = \varphi(p^a n_1) = \varphi(p^a) \varphi(n_1) = p^{a-1}(p-1)\varphi(n_1), \quad (4)$$

又因为 $\varphi_2(n) = \frac{1}{2}\varphi(n)$, 所以综合(2), (3), (4)可得

$$3p^{a-1}(p-1)\varphi(n_1) = 2S(p^{25a}). \quad (5)$$

所以方程(5)和方程

$$S(p^{25a}) = S(n^{25}) \quad (6)$$

同时成立的解与方程(2)的解等价. 下面根据 a 与 p 的不同取值情况进行分类讨论:

情形 1 当 $a = 1$ 时, 按 p 的值分类讨论:

① 若 $p = 2$, 则 $S(2^{25}) = 28$, 方程(5)化为 $3\varphi(n_1) = 56$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 所以此时方程(2)无解.

② 若 $p = 3$, 则 $S(3^{25}) = 54$, 方程(5)化为 $6\varphi(n_1) = 108$, 由此得 $\varphi(n_1) = 18$, 所以 $n_1 = 19, 27, 38, 54$, 又因为 $(p, n_1) = 1$, 所以 $n_1 = 19, 38$, 由此得到 $n = 57, 114$. 将 $n = 57, 114$, 代入方程(6), 方程(6)不成立, 所以此时方程(2)无解:

将 $n = 57$ 代入方程(6)进行检验. 因为 $n^{25} = 57^{25} = 3^{25} \times 19^{25}$, $S(3^{25}) = 54$, $S(19^{25}) = 456$, 所以由引理 4 知 $S(57^{25}) = \max\{S(3^{25}), S(19^{25})\} = 456$, 所以 $S(3^{25}) = 54 \neq S(57^{25}) = 456$, 即此时有 $S(p^{25a}) \neq S(n^{25})$, 所以 $n = 57$ 不是方程(2)的正整数解.

同理验证 $n = 114$ 也不是方程(2)的正整数解.

③ 若 $p = 5$, 则 $S(5^{25}) = 105$, 方程(5)化为 $12\varphi(n_1) = 210$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 所以此时方程(2)无解.

④ 若 $p = 7$, 则 $S(7^{25}) = 154$, 方程(5)化为 $18\varphi(n_1) = 308$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 所以此时方程(2)无解.

⑤ 若 $p = 11$, 则 $S(11^{25}) = 253$, 方程(5)化为 $30\varphi(n_1) = 506$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 所以此时方程(2)无解.

⑥ 若 $p = 13$, 则 $S(13^{25}) = 312$, 方程(5)化为 $36\varphi(n_1) = 624$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 所以此时方程(2)无解.

⑦ 若 $p = 17$, 则 $S(17^{25}) = 408$, 方程(5)化为 $48\varphi(n_1) = 816$, 由此得 $\varphi(n_1) = 17$, 由引理 3 知这样的 n_1 不存在, 所以此时方程(2)无解.

⑧ 若 $p = 19$, 则 $S(19^{25}) = 456$, 方程(5)化为 $54\varphi(n_1) = 912$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 所以此时方程(2)无解.

⑨ 若 $p = 23$, 则 $S(23^{25}) = 552$, 方程(5)化为 $66\varphi(n_1) = 1104$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 所以此时方程(2)无解.

⑩ 若 $p \geq 29$, 则由引理 5 得 $S(p^{25}) = 25p$, 方程(5)化为 $3(p-1)\varphi(n_1) = 50p$, 由此得到 $\varphi(n_1)$ 是奇数, 而由引理 3 知, 这样的 n_1 不存在, 所以此时方程(2)无解.

情形2 当 $a=2$ 时,按 p 的值分类讨论:

① 若 $p=2$,则 $S(2^{50})=54$,方程(5)化为 $6\varphi(n_1)=108$,由此得 $\varphi(n_1)=18$,所以 $n_1=19,27,38,54$,又因为 $(p,n_1)=1$,所以 $n_1=19,27$,所以 $n=76,108$,将 $n=76,108$ 分别代入方程(6)进行检验,方程不成立,所以此时方程(2)无解:

将 $n=76$ 代入方程(6)进行检验.因为 $n^{25}=76^{25}=2^{50}\times 19^{25}$, $S(2^{50})=54$, $S(19^{25})=456$,所以由引理4知 $S(76^{25})=\max\{S(3^{25}),S(19^{25})\}=456$,所以 $S(2^{50})=54\neq S(76^{25})=456$,即此时有 $S(p^{25a})\neq S(n^{25})$,所以 $n=76$ 不是方程(2)的正整数解.

同理验证 $n=108$ 也不是方程(2)的正整数解.

② 若 $p=3$,则 $S(3^{50})=105$,方程(5)化为 $18\varphi(n_1)=210$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,所以此时方程(2)无解.

③ 若 $p=5$,则 $S(5^{50})=205$,方程(5)化为 $60\varphi(n_1)=410$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,所以此时方程(2)无解.

④ 若 $p=7$,则 $S(7^{50})=308$,方程(5)化为 $126\varphi(n_1)=616$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,所以此时方程(2)无解.

⑤ 若 $p=11$,则 $S(11^{50})=506$,方程(5)化为 $330\varphi(n_1)=1012$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,所以此时方程(2)无解.

⑥ 若 $p=13$,则 $S(13^{50})=611$,方程(5)化为 $468\varphi(n_1)=1222$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,所以此时方程(2)无解.

⑦ 若 $p=17$,则 $S(17^{50})=816$,方程(5)化为 $816\varphi(n_1)=1632$,由此得 $\varphi(n_1)=2$,所以 $n_1=3,4,6$,又因为 $(p,n_1)=1$,所以 $n_1=3,4,6$,所以 $n=867,1156,1734$.

将 $n=867$ 代入方程(6)进行检验.因为 $n^{25}=867^{25}=3^{25}\times 17^{50}$, $S(3^{25})=54$, $S(17^{50})=816$,故由引理4知 $S(n^{25})=S(867^{25})=\max\{S(3^{25}),S(17^{50})\}=816$,所以 $S(17^{50})=S(867^{25})=816$,即此时 $S(p^{25a})=S(n^{25})$ 成立,所以 $n=867$ 是方程(2)的正整数解.

同理验证 $n=1156,1734$ 也是方程(2)的正整数解.

⑧ 若 $p=19$,则 $S(19^{50})=912$,方程(5)化为 $1026\varphi(n_1)=1824$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,所以此时方程(2)无解.

⑨ 若 $p=23$,则 $S(23^{50})=1104$,方程(5)化为 $1518\varphi(n_1)=2208$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,所以此时方程(2)无解.

⑩ 若 $p=29$,则 $S(29^{50})=1421$,方程(5)化为 $2436\varphi(n_1)=2842$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,所以此时方程(2)无解.

⑪ 若 $p=31$,则 $S(31^{50})=1519$,方程(5)化为 $2790\varphi(n_1)=3038$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,所以此时方程(2)无解.

⑫ 若 $p\geq 37$,则方程(5)化为 $3p(p-1)\varphi(n_1)=2S(p^{50})$,由引理5,得 $2S(p^{50})\leq 100p$,即 $3p(p-1)\leq 100p$,而此时由 $p\geq 37$,有 $3p(p-1)\geq 108p>100p$ 恒成立,产生矛盾,因此 $p\geq 37$ 时, $3p(p-1)\varphi(n_1)\neq 2S(p^{50})$,所以此时方程(2)无解.

情形3 当 $a=3$ 时,按 p 的值分类讨论:

① 若 $p=2$,则 $S(2^{75})=80$,方程(5)化为 $12\varphi(n_1)=160$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,此时方程(2)无解.

② 若 $p=3$,则 $S(3^{75})=156$,方程(5)化为 $54\varphi(n_1)=312$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,此时方程(2)无解.

③ 若 $p=5$,则 $S(5^{75})=305$,方程(5)化为 $300\varphi(n_1)=610$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,此时方程(2)无解.

④ 若 $p=7$,则 $S(7^{75})=455$,方程(5)化为 $882\varphi(n_1)=910$,由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数,这样的 n_1 不存在,此时方程(2)无解.

⑤ 若 $p\geq 11$,则方程(5)化为 $3p^2(p-1)\varphi(n_1)=2S(p^{75})$,由引理5,得 $2S(p^{75})\leq 150p$,即 $3p^2(p-1)\varphi(n_1)\leq 150p$,而此时由 $p\geq 11$,有 $3p^2(p-1)\geq 33p^2>150p$ 恒成立,产生矛盾,因此 $p\geq 11$ 时, $3p^2(p-1)\varphi(n_1)\neq 2S(p^{75})$,所以此时方程(2)无解.

$-1) \leq 150p$, 而此时由 $p \geq 11$, 有 $3p^2(p-1) \geq 330p > 150p$ 成立, 产生矛盾, 因此 $p \geq 11$ 时, $3p^2(p-1)\varphi(n_1) \neq 2S(p^{75})$, 所以此时方程(2)无解.

情形 4 当 $a=4$ 时, 按 p 的值分类讨论:

① 若 $p=2$, 则 $S(2^{100})=104$, 方程(5)化为 $24\varphi(n_1)=208$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 此时方程(2)无解.

② 若 $p=3$, 则 $S(3^{100})=207$, 方程(5)化为 $162\varphi(n_1)=414$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 此时方程(2)无解.

③ 若 $p \geq 5$, 则由方程(5)得 $3p^3(p-1)\varphi(n_1)=2S(p^{100})$, 由引理 5, 得 $2S(p^{100}) \leq 200p$, 即 $3p^3(p-1) \leq 200p$, 而此时由 $p \geq 5$, 有 $3p^3(p-1) \geq 300p > 200p$ 成立, 产生矛盾, 因此 $p \geq 5$ 时, $3p^3(p-1)\varphi(n_1) \neq 2S(p^{100})$, 所以此时方程(2)无解.

情形 5 当 $a=5$ 时, 按 p 的值分类讨论:

① 若 $p=2$, 则 $S(2^{125})=128$, 方程(5)化为 $48\varphi(n_1)=256$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 此时方程(2)无解.

② 若 $p=3$, 则 $S(3^{125})=252$, 方程(5)化为 $486\varphi(n_1)=504$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 此时方程(2)无解.

③ 对于 $p \geq 5$, 由方程(5)得 $3p^4(p-1)\varphi(n_1)=2S(p^{125})$, 由引理 5, 得 $2S(p^{125}) \leq 250p$, 即 $3p^4(p-1) \leq 250p$, 而此时由 $p \geq 5$, 有 $3p^4(p-1) \geq 1500p > 250p$ 成立, 产生矛盾, 因此 $p \geq 5$ 时, $3p^4(p-1)\varphi(n_1) \neq 2S(p^{125})$, 所以此时方程(2)无解.

情形 6 当 $a=6$ 时, 按 p 的值分类讨论:

① 若 $p=2$, 则 $S(2^{150})=154$, 方程(5)化为 $96\varphi(n_1)=308$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 此时方程(2)无解.

② 对于 $p \geq 3$, 由方程(5)得 $3p^5(p-1)\varphi(n_1)=2S(p^{150})$, 由引理 5, 得 $2S(p^{150}) \leq 300p$, 即 $3p^5(p-1) \leq 300p$, 而此时由 $p \geq 3$, 有 $3p^5(p-1) \geq 486p > 300p$ 成立, 产生矛盾, 因此 $p \geq 3$ 时, $3p^5(p-1)\varphi(n_1) \neq 2S(p^{150})$, 所以此时方程(2)无解.

情形 7 当 $a=7$ 时, 按 p 的值分类讨论:

① 若 $p=2$, 则 $S(2^{175})=180$, 方程(5)化为 $192\varphi(n_1)=360$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 此时方程(2)无解.

② 若 $p \geq 3$, 则由方程(5)得 $3p^6(p-1)\varphi(n_1)=2S(p^{175})$, 由引理 5, 得 $2S(p^{175}) \leq 350p$, 即 $3p^6(p-1) \leq 350p$, 而此时由 $p \geq 3$, 有 $3p^6(p-1) \geq 1458p > 350p$ 成立, 产生矛盾, 因此 $p \geq 3$ 时, $3p^6(p-1)\varphi(n_1) \neq 2S(p^{175})$, 所以此时方程(2)无解.

情形 8 当 $a=8$ 时, 按 p 的值分类讨论:

① 若 $p=2$, 则 $S(2^{200})=204$, 方程(5)化为 $384\varphi(n_1)=408$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 此时方程(2)无解.

② 若 $p \geq 3$, 则由方程(5)得 $3p^7(p-1)\varphi(n_1)=2S(p^{200})$, 由引理 5, 得 $2S(p^{200}) \leq 400p$, 即 $3p^7(p-1) \leq 400p$, 而此时由 $p \geq 3$, 有 $3p^7(p-1) \geq 4374p > 400p$ 成立, 产生矛盾, 因此 $p \geq 3$ 时, $3p^7(p-1)\varphi(n_1) \neq 2S(p^{200})$, 所以此时方程(2)无解.

情形 9 当 $a \geq 9, p=2$ 时, 按 a, p 的值分类讨论:

① 若 $a=9, p=2$, 则 $S(2^{225})=230$, 方程(5)化为 $768\varphi(n_1)=460$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 此时方程(2)无解.

② 若 $a=10, p=2$, 则 $S(2^{250})=256$, 方程(5)化为 $1536\varphi(n_1)=512$, 由此得 $\varphi(n_1)$ 不是整数, 这样的 n_1 不存在, 此时方程(2)无解.

③ 对于 $a \geq 11, p=2$, 由引理 5, 得 $2S(2^{25a}) \leq 100a$, 即有 $3 \cdot 2^{a-1}(2-1)\varphi(n_1) \leq 100a$, 而此时由 $a \geq 11$, 有 $3 \cdot 2^{a-1}(2-1)\varphi(n_1) \geq 3 \cdot 2^{a-1} > 3 \cdot 2^6 \cdot 2^{a-7} > 100 \cdot 2^{a-7} > 100a$ 成立, 产生矛盾, 因此 $a \geq 11, p=2$ 时, $3p^{a-1}(p-1)\varphi(n_1) \neq 2S(p^{25a})$, 所以此时方程(2)无解.

情形 10 当 $a \geq 9, p \geq 3$ 时, 由引理 5, 得 $2S(p^{25a}) \leq 50ap$, 即有 $3p^{a-2}(p-1)\varphi(n_1) \leq 50a$, 而此时

由 $a \geq 9, p \geq 3$, 有 $3p^{a-2}(p-1)\varphi(n_1) \geq 3 \cdot 3^{a-2}(3-1) > 6 \cdot 3^2 \cdot 3^{a-4} > 50 \cdot 3^{a-4} > 50 \cdot a$ 成立, 产生矛盾, 因此 $a \geq 9, p \geq 3$ 时, $3p^{a-1}(p-1)\varphi(n_1) \neq 2S(p^{25a})$, 所以此时方程(2)无解.

综上所述得, 方程(2)的所有正整数解为 $n = 867, 1156, 1734$.

参考文献:

- [1] 张文鹏. 关于 F Smarandache 函数的两个问题[J]. 西北大学学报(自然科学版), 2008(2): 173-176.
- [2] 李粉菊, 杨畅宇. 关于 Smarandache 函数的一个下界估计[J]. 西北大学学报(自然科学版), 2011, 41(3): 377-379.
- [3] 邹乐. Smarandache 函数及其相关函数的性质[J]. 西南大学学报(自然科学版), 2013, 35(4): 67-70.
- [4] 陈国慧. 关于 Smarandache 函数的最小公倍数积[J]. 西南大学学报(自然科学版), 2013, 35(10): 63-66.
- [5] 廖群英, 罗文力. Smarandache 函数的准确计算公式以及相关数论方程的求解[J]. 四川师范大学学报(自然科学版), 2017, 40(1): 1-10.
- [6] 白海荣, 廖群英. Smarandache 函数的一些推广[J]. 四川师范大学学报(自然科学版), 2018, 41(1): 32-38.
- [7] Cai T X, Fu X D, Zhou X. A congruence involving the quotients of Euler and its application(II)[J]. Acta Arithmetica, 2007, 130(3): 203-214.
- [8] 许宏鑫, 赵西卿, 张利霞. 关于数论函数方程 $\varphi_2(n) = S(n^8)$ 的解[J]. 江汉大学学报(自然科学版), 2016, 44(4): 321-326.
- [9] 杨张媛, 赵西卿, 白继文. 数论函数方程 $\varphi_2(n) = S(n^{10})$ 的解[J]. 延安大学学报(自然科学版), 2017, 36(1): 9-12.
- [10] 白继文, 赵西卿. 数论函数方程 $\varphi_2(n) = S(n^{12})$ 的解[J]. 延安大学学报(自然科学版), 2017, 36(1): 5-8.
- [11] 袁合才, 王波. 广义欧拉函数方程 $\varphi_2(n) = S(n^{22})$ 的正整数解[J]. 宝鸡文理学院学报(自然科学版), 2018, 38(4): 1-4.
- [12] 张四保. 数论函数方程 $\varphi_2(N) = S(N^{16})$ 的可解性[J/OL]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2019[2019-05-13]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1205.t.20190509.1336.004.html>.
- [13] Rosen Kenneth H. 初等数论及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2015.
- [14] Farris M, Mitchell P. Bounding the Smarandache function [J]. Smarandache Notions Journal, 2002, 13: 37-42.

The Positive Integer Solutions of the Arithmetic Function Equation $2\varphi(n) = \varphi_2(n) + S(n^{25})$

LI Chang-ji

(Aba Teachers University, Wenchuan 623002, China)

Abstract: Let $\varphi_e(n)$ is generalized Euler function, $S(n)$ is Smarandache function. The positive integer solutions of the arithmetic function equation $2\varphi(n) = \varphi_2(n) + S(n^{25})$ has been studied. We give all the three positive solutions $n = 867, 1156, 1734$ of the arithmetic function equation $2\varphi(n) = \varphi_2(n) + S(n^{25})$ by using the properties of generalized Euler function $\varphi_2(n)$ and Smarandache function $S(n)$ with elementary methods.

Key words: generalized Euler function; Smarandache function; Diophantine equation; positive integer solution

[责任编辑: 班秀和]